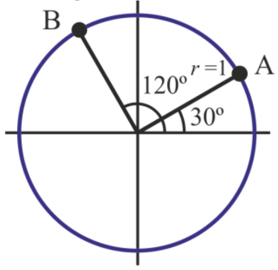
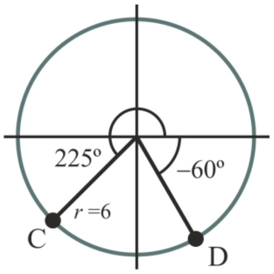
1) Hallar las coordenadas de los puntos **A**,**B**,**C** y **D** de las figuras siguientes:





2) Realiza la conversión de grados a radianes y viceversa:

Rad			$\pi/4$		$2\pi/3$		$7\pi/4$
Grados	300	120		210		540	

3) Calcula razonadamente (si existen) el valor de las siguientes razones trigonométricas:

a) $\operatorname{sen} 210^\circ$ b) $\cos 135^\circ$ c) $\operatorname{sen} 300^\circ$ d) $\cos 720^\circ$
e) $\operatorname{sen} 390^\circ$ f) $\sec 315^\circ$ g) $\cos 120^\circ$ h) $\cos 225^\circ$
i) $\operatorname{tg} 150^\circ$ j) $\sec 120^\circ$ k) $\operatorname{tg} 240^\circ$ l) $\sec 225^\circ$

4) Siendo α y β dos ángulos del primer cuadrante tales que $\operatorname{sen}\alpha = 3/5$ y $\operatorname{sen}\beta = 12/13$ calcula $\operatorname{sen}(\alpha+\beta)$ y $\cos(\alpha+\beta)$.

5) Sabiendo que $\operatorname{sen}\alpha = 2/3$ y que $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ hallar las razones trigonométricas del ángulo 2α.

6) Si $\operatorname{tg}\alpha = 3/4$, calcula $\operatorname{tg}(\alpha+45^\circ) - \operatorname{tg}(45^\circ-\alpha)$.

7) Sabiendo que $\operatorname{sen}\alpha = 3/5$ y que $\operatorname{sen}\beta = 12/13$ siendo α y β ángulos del segundo cuadrante, calcular las razones del ángulo $(\alpha-\beta)$ y justificar en qué cuadrante está el ángulo diferencia.

8) Considera un ángulo α del tercer cuadrante tal que $\operatorname{tg}\alpha = 2$. Indica en que cuadrante estará el ángulo $(\alpha/2)$ y calcula (sin utilizar decimales):

a) $\operatorname{tg} 2\alpha$ b) $\cos\alpha$
c) $\operatorname{sen} 2\alpha$ d) $\cos(\alpha/2)$

9) Los ángulos α y β pertenecen a dos cuadrantes no consecutivos. Además $\cos\alpha = -4/5$ y $\operatorname{sen}\beta = 7/25$.
Calcular: a) $\operatorname{sen}(\alpha+\beta)$ b) $\cos(\alpha-\beta)$
c) $\operatorname{sen} 2\beta$ d) $\cos(\alpha/2)$ e) $\operatorname{tg}(\alpha/2)$

10) Simplifica al máximo la expresión:

$$\cos a \cdot \cos(a-b) + \operatorname{sen} a \cdot \operatorname{sen}(a-b)$$

y después halla su valor para $b = \pi$ radianes.

11) Hallar, sin calculadora, las razones trigonométricas del ángulo 105º.

12) Sabiendo que $\cos\alpha = 0'2$ calcula las razones trigonométricas del ángulo $(\alpha+60^\circ)$ siendo α un ángulo del 4º cuadrante.

13) Comprueba que son ciertas las siguientes igualdades:

a) $\cos(45^\circ+\alpha) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}(\cos\alpha - \operatorname{sen}\alpha)$

b) $\cos(45^\circ-\alpha) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}(\cos\alpha + \operatorname{sen}\alpha)$

c) $\operatorname{sen}(45^\circ+\alpha) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}(\operatorname{sen}\alpha + \cos\alpha)$

d) $\operatorname{sen}(45^\circ-\alpha) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}(\operatorname{sen}\alpha - \cos\alpha)$

e) $\operatorname{sen}(45^\circ+\alpha) + \cos(45^\circ+\alpha) = \sqrt{2}\cos\alpha$

f) $\operatorname{sen}(30^\circ+\alpha) + \cos(60^\circ+\alpha) = \cos\alpha$

14) Comprobar que: $\dfrac{1-\operatorname{tg}^2 15^\circ}{1+\operatorname{tg}^2 15^\circ} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

15) Sabiendo que $\operatorname{tg}\alpha = -3/4$ y que $\alpha \in (\pi/2, \pi)$ determinar las razones seno y coseno del ángulo $(180^\circ - 2\alpha)$.

16) Comprobar que son ciertas las siguientes igualdades:

a) $\dfrac{\operatorname{sen} 2a}{1+\cos 2a} = \operatorname{tg} a$ b) $\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b = \dfrac{\operatorname{sen}(a+b)}{\cos a \cos b}$

c) $\operatorname{sen}(a+b)\cdot\operatorname{sen}(a-b) = \operatorname{sen}^2 a - \operatorname{sen}^2 b$

d) $\operatorname{sen}(a+b)\cdot\cos(a-b) = \dfrac{1}{2}(\operatorname{sen} 2a + \operatorname{sen} 2b)$

e) $\dfrac{\cos a + \cos b}{\operatorname{sen}(a+b)\cdot\operatorname{sen}(a-b)} = \dfrac{1}{\cos b - \cos a}$

f) $1 - \cos(a+b)\cos(a-b) = \operatorname{sen}^2 a + \operatorname{sen}^2 b$

g) $\operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{4}+\alpha\right) - \operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{4}-\alpha\right) = 2\operatorname{tg} 2\alpha$

17) Calcular el valor de las siguientes expresiones:

a) $\operatorname{sen} 75^\circ + \operatorname{sen} 15^\circ$ b) $\operatorname{sen} 75^\circ - \operatorname{sen} 15^\circ$
c) $\cos 75^\circ + \cos 15^\circ$ d) $\cos 75^\circ - \cos 15^\circ$

e) $\dfrac{\operatorname{sen} 75^\circ + \operatorname{sen} 45^\circ}{\operatorname{sen} 75^\circ - \operatorname{sen} 45^\circ}$ f) $\dfrac{\operatorname{sen} 60^\circ - \operatorname{sen} 30^\circ}{\operatorname{sen} 60^\circ + \operatorname{sen} 30^\circ}$

g) $\dfrac{\cos 75^\circ - \cos 15^\circ}{\operatorname{sen} 75^\circ + \operatorname{sen} 15^\circ}\operatorname{tg} 60^\circ$

18) Simplificar en lo posible las siguientes expresiones:

a) $\dfrac{\operatorname{sen} 5\alpha + \operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{sen} 3\alpha - \operatorname{sen}\alpha}$ b) $\dfrac{\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)}{\operatorname{sen}(\alpha+\beta) + \operatorname{sen}(\alpha-\beta)}$

c) $\dfrac{\cos\varphi - \cos 3\varphi}{\operatorname{sen} 3\varphi - \operatorname{sen}\varphi}$ d) $\dfrac{\operatorname{sen}\alpha + \operatorname{sen} 3\alpha + \operatorname{sen} 5\alpha + \operatorname{sen} 7\alpha}{\cos\alpha + \cos 3\alpha + \cos 5\alpha + \cos 7\alpha}$

19) Simplificar la siguiente expresión:

$$\cos\left(\frac{5\pi}{2}-x\right) - \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}+x\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{2}-x\right) - \operatorname{sen}\left(\frac{7\pi}{2}+x\right)$$

20) Demostrar que:

a) $\operatorname{sen}(3\alpha) = 3\operatorname{sen}\alpha - 4\operatorname{sen}^3\alpha$

b) $\cos(3\alpha) = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$

21) Hallar el valor de las siguientes expresiones:

a) $\operatorname{sen}\frac{\pi}{12}\cos\frac{7\pi}{12} - \cos\frac{\pi}{12}\operatorname{sen}\frac{7\pi}{12}$

b) $\cos\frac{\pi}{12}\cos\frac{5\pi}{12} + \operatorname{sen}\frac{\pi}{12}\operatorname{sen}\frac{5\pi}{12}$

c) $\cos\frac{5\pi}{12}\cos\frac{7\pi}{12} - \operatorname{sen}\frac{5\pi}{12}\operatorname{sen}\frac{7\pi}{12}$

d) $\operatorname{sen}\frac{\pi}{18}\cos\frac{5\pi}{18} + \cos\frac{\pi}{18}\operatorname{sen}\frac{5\pi}{18}$

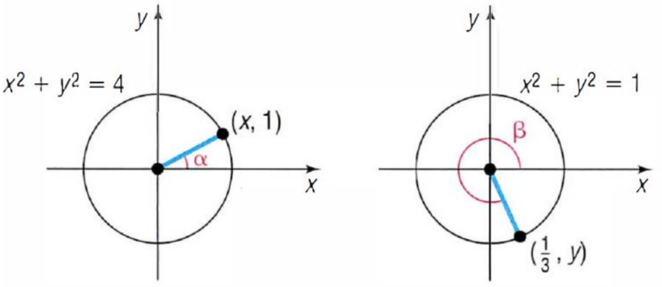
22) En un circuito de corriente alterna la potencia instantánea p como función del tiempo t viene dada por:

$$p(t) = V_m I_m \cos\phi \operatorname{sen}^2(\omega t) - V_m I_m \operatorname{sen}\phi \operatorname{sen}(\omega t)\cos(\omega t)$$

Demostrar que esta expresión de la potencia es equivalente a:

$$p(t) = V_m I_m \operatorname{sen}(\omega t)\operatorname{sen}(\omega t - \phi)$$

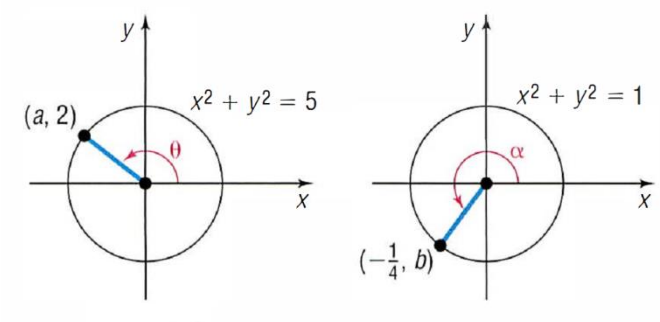
23) Siendo $f(x) = \operatorname{sen} x$, $g(x) = \cos x$, y $h(x) = \operatorname{tg} x$, usar la siguiente figura para evaluar:



a) $f(\alpha+\beta)$ b) $g(\alpha+\beta)$ c) $g(\alpha-\beta)$

d) $f(\alpha-\beta)$ e) $h(\alpha+\beta)$ f) $h(\alpha-\beta)$

24) Siendo $f(x) = \operatorname{sen} x$, $g(x) = \cos x$, y $h(x) = \operatorname{tg} x$, usar la siguiente figura para evaluar:



a) $f(2\theta)$ b) $g(2\theta)$ c) $g\left(\frac{\theta}{2}\right)$ d) $f\left(\frac{\theta}{2}\right)$

e) $h(2\theta)$ e) $h\left(\frac{\theta}{2}\right)$ f) $g(2\alpha)$ g) $f(2\alpha)$

h) $f\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ i) $g\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ j) $h\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ k) $h(2\alpha)$

25) Si $A + B = \pi/2$ ¿Quién es mayor $\operatorname{sen} A + \operatorname{sen} B$ o $\cos A + \cos B$? Razonar la respuesta.

26) Si A, B y C son los tres ángulos de un triángulo cualquiera, demostrar que:

$$\operatorname{tg} A + \operatorname{tg} B + \operatorname{tg} C = \operatorname{tg} A \cdot \operatorname{tg} B \cdot \operatorname{tg} C$$

27) Demostrar que si A y B son dos ángulos de un triángulo y se cumple que $\operatorname{sen}(A-B) = \operatorname{sen}(A+B)$ entonces el triángulo es rectángulo.

28) Demostrar que si A, B y C son los tres ángulos de un triángulo cualquiera se cumple que:

$$\frac{\cos(A-B) - \cos C}{2\cos A} = \cos B$$

29) Hallar el dominio de la función $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen} x}{1+\cos 2x}$.

30) Resolver las siguientes ecuaciones trigonométricas:

a) $\operatorname{sen} 2x = \cos x$ b) $\operatorname{sen} x \cdot \cos x = 1/2$

c) $6\cos^2 x + \cos 2x = 5$ d) $\cos 2x + 3\operatorname{sen} x = 2$

e) $3\cos x + 3 = 2\operatorname{sen}^2 x$ f) $3 + \cos 2x = 5\cos x$

g) $\cos x \cdot \cos 2x + \cos^2 x = 0$ h) $2\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = 1{,}5$

i) $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} 2x = 1$ j) $\cos 2x = 1 + 4\operatorname{sen} x$

k) $\cos 5x - \cos x = 0$ l) $\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = 2$

m) $\cos 2x + \cos 4x = 0$ n) $\cos 4x - \cos 6x = 0$

ñ) $\operatorname{sen} x - 2\cos 2x = -1/2$ o) $\operatorname{sen} x + \operatorname{sen} 7x = 0$

p) $\cos 2x + 2\operatorname{sen} x = 1$ q) $\cos x - \operatorname{sen} x = \cos 3x$

r) $2\cos x + 4\operatorname{sen}\frac{x}{2} = 3$ s) $\dfrac{\cos(x+30^\circ)}{\operatorname{sen}(x+30^\circ)} = 1$

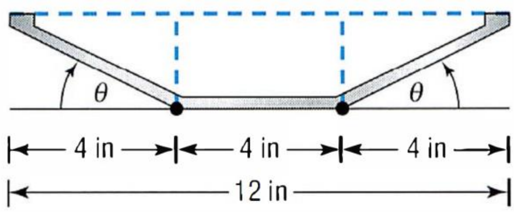
t) $\cos 2x - \cos 6x = \operatorname{sen} 5x + \operatorname{sen} 3x$

u) $\operatorname{sen} x + \operatorname{sen} 3x = \cos 2x + \cos 4x$

v) $\cos 8x + \cos 6x = 2\cos 210^\circ \cos x$

31) Un rail de forma acanalada es construido con láminas de aluminio de 12 pulgadas (inches) de anchura. Después de marcar una distancia de 4 pulgadas en cada extremo, la lámina es doblada y levantada un ángulo θ como se muestra en la figura. El área A de la apertura es una función de θ dada por la expresión:

$$A = 16\operatorname{sen}\theta(\cos\theta + 1) \ , \ 0^\circ < \theta < 90^\circ$$



a) Los cálculos necesarios para hallar el ángulo θ que hace máxima esta área requieren resolver la ecuación

$$\cos 2\theta + \cos\theta = 0 \ , \ 0^\circ < \theta < 90^\circ$$

Resolver dicha ecuación haciendo uso de las fórmulas del ángulo doble.

b) Resolver la ecuación anterior escribiendo la suma de los dos cosenos como un producto.

c) ¿Cuál es el valor máximo de A para la apertura?