

1) Asocia razonadamente cada una de las funciones a-f con las gráficas I-VI

a) $y = \frac{1}{x-1}$

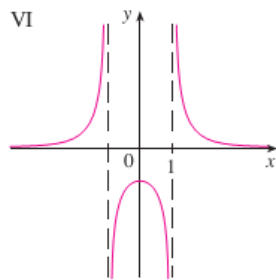
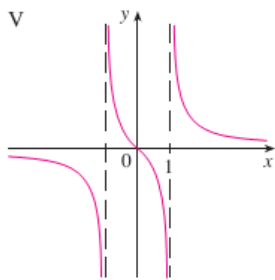
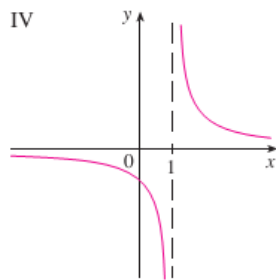
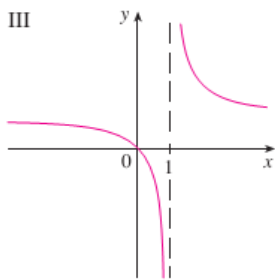
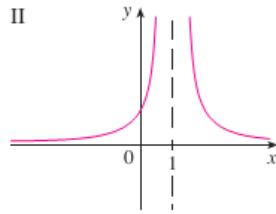
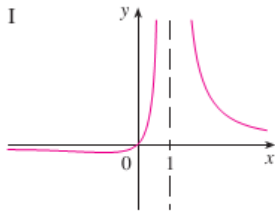
b) $y = \frac{x}{x-1}$

c) $y = \frac{1}{(x-1)^2}$

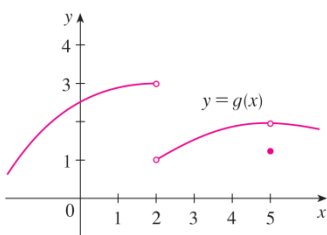
d) $y = \frac{1}{x^2-1}$

e) $y = \frac{x}{(x-1)^2}$

f) $y = \frac{x}{x^2-1}$



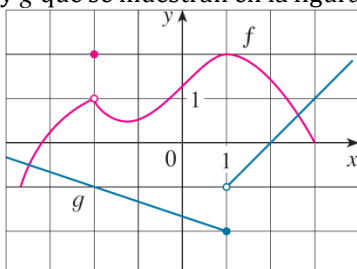
2) En la siguiente figura, halla (si existen) los siguientes límites:



- a) $\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x)$
- b) $\lim_{x \rightarrow 2^+} g(x)$
- c) $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$
- d) $\lim_{x \rightarrow 5^-} g(x)$
- e) $\lim_{x \rightarrow 5^+} g(x)$
- f) $\lim_{x \rightarrow 5} g(x)$

Indica además qué tipo de discontinuidad presenta la función en los puntos $x = 2$ y $x = 5$

3) Usando las propiedades de los límites y las gráficas de f y g que se muestran en la figura, calcula:



- a) $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) + 5g(x)]$
- b) $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) \cdot g(x)]$
- c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)}$

4) Teniendo en cuenta la continuidad de las funciones que aparecen, halla los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 2x^2}{5 - 3x}$

b) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{2x + 6}$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3x+1}{3x-1} \right)^{-2x+5}$

d) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 + 2a^2}{3ax - a^2}$

e) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2^x - 2^{-x}}{2^x + 2^{-x}}$

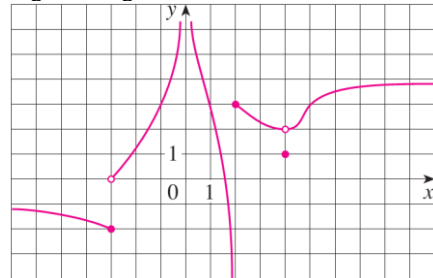
f) $\lim_{x \rightarrow 10} \frac{\log(x+90)}{\log x}$

g) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{\frac{2x+4}{x^2+1}}$

h) $\lim_{x \rightarrow -1} (2x)^{2x+1}$

i) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{3x^4 - 4x^2}{x^6 + 3x^4}$

5) Dada la siguiente gráfica de función:



a) Hallar cada uno de los siguientes límites y explicar por qué existe o no:

- i) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$
- ii) $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x)$
- iii) $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$
- iv) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$
- v) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
- vi) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$
- vii) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$
- viii) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

b) Escribir las ecuaciones de las asíntotas horizontales y verticales.

c) Indicar para qué valores la función es discontinua.

6) Calcula los siguientes límites si existen:

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$
- b) $\lim_{x \rightarrow 2} \text{para } f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x \leq 2 \\ 3x - 1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} \text{para } f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{si } x \leq 2 \\ 3x - 1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

7) Calcula los siguientes límites de funciones:

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^3 - 3x^2}{x^2 + x}$
- b) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + x}{x - 1}$
- c) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 7x + 12}$
- d) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 - 4}{2x - 4} \right)^2$
- e) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{4 - x^2} - \frac{1}{x}$
- f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(3+x)^2 - 9}{x}$

8) Hallar todas las asíntotas de las siguientes funciones:

- a) $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x - 1}$
- b) $g(x) = \frac{3x^2 + x - 1}{x^2 + 5x}$

9) Razonar si la función $f(x) = \frac{x-1}{x^2 - 3x + 2}$ es o no continua en los puntos $x_1 = 1$, $x_2 = 2$ y $x_3 = 0$. En caso de presentar alguna discontinuidad, indica de qué tipo es.

10) Calcula los siguientes límites en el infinito:

- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 1}{3x^2 - 1}$ b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 - x}{x^2 + x - 1}$
 c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right)$ d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3}{x^3 + x + 1}$
 e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{9x^2 - x}}{\sqrt{x^2 + 6x + 21}}$ f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{3x} - \frac{3}{2x+1} \right)$
 g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|x-2|}{x+1}$ h) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x-2|}{x+1}$

11) De cierta función f sabemos que $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$ y que $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -\infty$. Escribe una posible fórmula para $f(x)$.

12) ¿Hay algún valor de a para que $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + ax + a + 3}{x^2 + x - 2}$ exista?
 En tal caso, hallar el valor de a y el valor del límite.

13) Considera la función $f(x) = a + \frac{b}{x+c}$ siendo a, b y c números reales. Cálculalos sabiendo que:
 - La gráfica de f presenta en $-\infty$ una asíntota vertical $y = 2$.
 - La gráfica de f presenta en $x = 1$ una asíntota vertical.
 - El punto $(6, 3)$ pertenece a la gráfica de f .

14) Obtener las asíntotas horizontales y verticales de la función $f(x) = \frac{(x-5)^2}{(x-1)(x-3)}$.

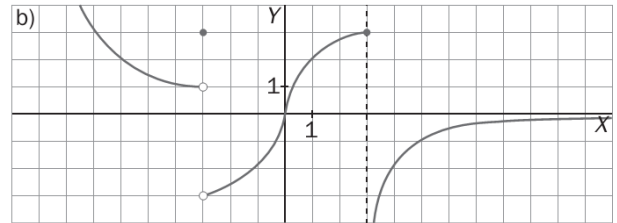
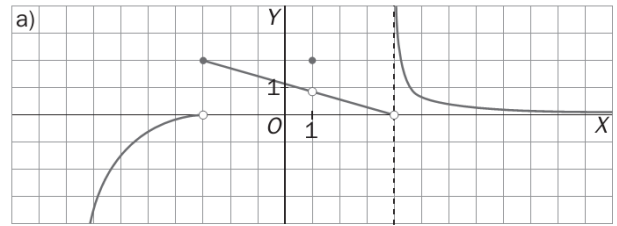
15) Halla los siguientes límites, resolviendo las posibles indeterminaciones:

- a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^3 - 4x^2 + 6}{4x^2 - 5x + 2}$ b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x}{x^3 - 9x}$
 c) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 5x^2 + 10x + 12}{x^3 + 2x^2 - 2x + 3}$ d) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{4x^2 - x^3 - 3x}{x^2 - 3x + 2} \right)$
 e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 6x^2 + 8x - 3}{x^4 - 2x^3 + 2x - 1}$ f) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x-2}{x^2-4} - \frac{x^2-4}{x-2} \right)$
 g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)^2 - 1}{2x}$ h) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - ax}{x^2 + ax - 2a^2}$
 i) $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{2x^2 + 7x - 4}{2x^2 - 3x + 1}$ j) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^2 + 6x - 100}{-4x^3 + 4x + 11}$

16) Calcula, si los hay, los puntos de discontinuidad de las siguientes funciones y clasifícalos:

- a) $f(x) = \frac{x-3}{x-1}$ b) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2} & \text{si } x \neq 2 \\ 4 & \text{si } x = 2 \end{cases}$
 c) $f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$ d) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2} & \text{si } x \neq 2 \\ 0 & \text{si } x = 2 \end{cases}$

17) Señala los puntos de discontinuidad de las siguientes funciones y di de qué tipo son:



18) El número de individuos, en millones, de una población viene dado por la función $f(t) = \frac{18+t^2}{(t+3)^2}$ donde t representa el tiempo medido en años desde $t=0$. Calcula la población inicial y el tamaño de la población a muy largo plazo.

19) Considera la función

$$f(x) = \begin{cases} -4x + a & \text{si } x \leq -2 \\ x^2 - 5 & \text{si } -2 < x < 1 \\ bx + 3 & \text{si } 1 \leq x \end{cases}$$

a) Calcula a y b para que sea continua para todo x .
 b) Haz una gráfica de la función obtenida en el apartado anterior.

20) Si la función $f(x) = \begin{cases} ax + b & \text{si } x \leq 1 \\ 2bx^2 & \text{si } 1 < x \leq 3 \\ 2x + 3 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$

es continua para todos los números reales calcula a y b .

21) Estudiar la continuidad de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x > 2 \\ x & \text{si } x \leq 2 \\ x-1 & \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 7 & \text{si } x \leq -4 \\ 8x + 23 & \text{si } -4 < x < 1 \\ x + 6 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & \text{si } x \leq 4 \\ x-2 & \text{si } 4 < x < 6 \\ 2x & \text{si } x \geq 6 \end{cases}$

d) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 4x + 3}{x + 3} & \text{si } x < -3 \\ 4 & \text{si } x = -3 \\ \frac{x^2 - 9}{x + 2} & \text{si } x > -3 \end{cases}$