



1) Dados los siguientes números:

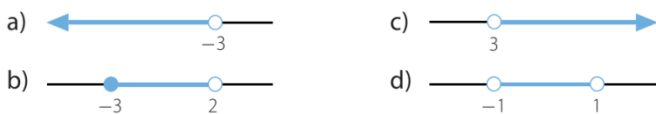
$$0,39999\dots; -1; 1,4142; 2; \sqrt{2}; 0'4; \sqrt[3]{5^{-2}}$$

- a) Ordénalos de menor a mayor.
 b) Indica cuál es menor conjunto numérico al que pertenece cada uno de ellos.
 c) Intercala, una vez ordenados, un número irracional entre cada dos de ellos.

2) Representa en la recta real el número áureo:

$$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

3) Escribe de todas las maneras que conozcas los siguientes intervalos de la recta real:



4) Representa en la misma recta e indica la intersección de los siguientes intervalos:

- a) $(-\infty, 8)$ y $[2, +\infty)$ b) $(0, 5)$ y $(-2, 3)$

5) Expresa en todas las formas posibles la desigualdad $|x + 8| < 9$

6) Averiguar para qué valores de x se cumplen las siguientes relaciones, dando la solución si procede en forma de intervalo:

a) $|x - 1| = 3$ b) $|x - 1| \leq 4$ c) $|x - 2| > 6$

7) Indica si son o no equivalente los siguientes radicales:

a) $\sqrt[4]{3^6}$ y $\sqrt{3^3}$ b) $\sqrt[5]{2^{10}}$ y $\sqrt{2}$
 c) $\sqrt[4]{36}$ y $\sqrt{6}$ d) $\sqrt[4]{5^{10}}$ y $\sqrt{5^4}$

8) Simplifica todo lo posible los siguientes radicales:

a) $\sqrt[3]{16}$ b) $\sqrt[3]{54}$ c) $\sqrt[4]{32}$ d) $\sqrt{27}$
 e) $\sqrt{75}$ f) $\sqrt[5]{128}$ g) $\sqrt[6]{27}$ h) $\sqrt[8]{625}$

9) Opera y simplifica:

a) $4\sqrt{27} \cdot 5\sqrt{6}$ b) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{3}$
 c) $\left(\frac{\sqrt[6]{32}}{\sqrt{8}}\right)^3$ d) $\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{3}}{\sqrt[4]{3}}$

10) Halla la expresión simplificada de los siguientes radicales:

a) $\sqrt{25a^2b^4}$ b) $\sqrt[3]{64a^6b^3}$
 c) $\sqrt[4]{81a^8}$ d) $\sqrt[5]{\frac{1024}{a^{10}}}$

11) Expresa mediante un solo radical:

a) $\sqrt[5]{3\sqrt{5}}$ b) $\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}}}$ c) $\sqrt{\sqrt{\sqrt{3}}}$
 d) $\sqrt{\frac{1}{\sqrt{2}}}$ e) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{2}}$ f) $\frac{1}{\sqrt{\sqrt{5}}}$
 g) $\sqrt{a\sqrt{a}}$ h) $\sqrt{\frac{a}{\sqrt{a}}}$ i) $\sqrt[3]{a\sqrt{a}\sqrt{a}}$
 j) $(\sqrt[3]{a^2b})^5$ k) $(\sqrt{a^3\sqrt{b}})^3$ l) $\sqrt[4]{a^3\sqrt{a^8}}$

12) Extraer todos los factores posibles de los siguientes radicales:

a) $\sqrt{1000}$ b) $\sqrt[3]{8a^5}$ c) $\sqrt{16b^5a^7}$
 d) $\sqrt[4]{81a^6b^5c^9}$ e) $\sqrt[3]{15625x^4y^3}$ f) $\sqrt{4a^2 + 4}$

13) Introduce factores en los radicales siguientes:

a) $4\sqrt{2}$ b) $3\sqrt[4]{3^2}$ c) $3\sqrt[3]{a}$
 d) $2ab\sqrt[3]{a^2}$ e) $a^2b^4\sqrt{2ab^3}$ f) $4a^3\sqrt{\frac{b}{a^2}}$

14) Calcular el área de un rectángulo de base $\sqrt{12 + 2\sqrt{11}}$ m. y de altura $\sqrt{12 - 2\sqrt{11}}$ m.

15) Simplifica al máximo expresando como una sola raíz:

$$\frac{\sqrt{3\sqrt{2}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}}{\sqrt[4]{9}}$$

16) Simplifica en lo posible las siguientes expresiones. Para ello usa las propiedades de potencias y raíces que sean necesarias:

a) $\sqrt{80}$ b) $\sqrt[3]{-54}$ c) $\sqrt{xy^3}$
 d) $\sqrt[3]{x^3y^{-1}}$ e) $\sqrt[3]{-x^4}$ f) $\sqrt[5]{(4x^0y^{-3})^3}$
 g) $\sqrt{(81y^{-2})^{-1}}$ h) $\sqrt{(a^2 + b^2)^{-3}}$ i) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{14}$
 j) $\sqrt{xy} \cdot \sqrt[3]{x^2y}$ k) $\sqrt[6]{a^2b^3} \cdot \sqrt[4]{8a^3b^2}$ l) $\frac{3}{3 - \sqrt{2}}$
 m) $\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ n) $\frac{1}{x - \sqrt{x^2 - 9}}$ ñ) $\frac{x + \sqrt{x^2 - 9}}{x - \sqrt{x^2 - 9}}$
 o) $\frac{y^2}{x - \sqrt{x^2 - y^2}}$ p) $\frac{x + \sqrt{x^2 - y^2}}{x - \sqrt{x^2 - y^2}}$ q) $\frac{\sqrt{x} - \sqrt{x+1}}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}}$

r) $\sqrt{2x - x^2} + \frac{x(1-x)}{\sqrt{2x - x^2}}$ s) $\frac{1 + \sqrt{1+x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}}}{(1 + \sqrt{1+x^2})^2}$
 t) $(2-x^2)^{5/2} + x^2(2-x^2)^{3/2}$ u) $(x^2-3)^{1/2} - x^2(x^2-3)^{-1/2}$



17) Simplifica al máximo las siguientes expresiones:

$$a) \sqrt[3]{\frac{15\sqrt{8} + 3\sqrt{128}}{\sqrt{32} - \sqrt{18}}} \quad b) \frac{2\sqrt[3]{250a^4} + 3\sqrt[3]{54a^7} - 3a\sqrt[3]{16a}}{\sqrt[6]{9a^2}}$$

18) Realiza las operaciones, racionalizando previamente:

$$a) \frac{5}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{96} - \frac{3}{\sqrt{7}} \cdot \sqrt{189} \quad b) \frac{3 + 2\sqrt{2}}{3 - 2\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$c) \frac{2}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6} - 2} \quad d) \sqrt{\frac{5}{3}} - \sqrt{\frac{3}{5}}$$

$$e) \frac{2}{1 + \sqrt{3}} - \frac{2}{1 - \sqrt{3}} \quad f) \frac{2\sqrt{18} - 5\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$$

$$g) \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}} - \sqrt{10} + \frac{2}{\sqrt{10}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \quad h) \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} - \sqrt{ab} + \frac{1}{\sqrt{ab}}$$

19) Racionaliza, efectúa y simplifica las siguientes expresiones:

$$a) \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} - (6 + \sqrt{2})^2 \quad b) \frac{2\sqrt{3} - 3}{2\sqrt{3} + 3} - \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

$$c) \left(\frac{\sqrt{5} + 2}{\sqrt{5} - 2}\right)^2 \quad d) \frac{4\sqrt{75}}{\sqrt{27}} - \frac{2}{\sqrt{8}} + \sqrt{8}$$

20) Realiza las siguientes operaciones:

$$a) 2\sqrt{45} + 5\sqrt{80} - \frac{3}{5}\sqrt{125} \quad b) \frac{1}{3}\sqrt[4]{80} - \frac{\sqrt[4]{405}}{2} - \sqrt[4]{5}$$

$$c) (\sqrt{3} + 2\sqrt{2})(\sqrt{2} - \sqrt{3}) \cdot \sqrt{3} \quad d) (\sqrt[3]{250} - \sqrt[3]{16}) \cdot \sqrt[3]{4}$$

21) Realiza las siguientes operaciones y simplifica:

$$a) \frac{\sqrt{3\sqrt{2}} \cdot \sqrt[3]{3 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}}{\sqrt[4]{6}} \quad b) \left(\sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[4]{8}\right) : \sqrt[3]{4}$$

$$c) \sqrt{\frac{5}{3}} - \sqrt[6]{\frac{27}{125}} - \sqrt{15} + \sqrt{\frac{1}{15}} \quad d) \frac{\sqrt[3]{2a^4} \sqrt[4]{16a^3}}{\sqrt[6]{8a^2}}$$

$$e) \sqrt{27a^4} - \sqrt[6]{27a^{12}} + \sqrt{3a^4 - 6a^2b + 3b^2}$$

22) Escribir como un único radical:

$$a) \sqrt[3]{2 \sqrt[4]{2 \sqrt{2}}} \quad b) \sqrt[3]{a^3 \sqrt[2]{2a^3 \sqrt{2a}}}$$

23) Expresa en notación científica las siguientes cantidades:

- Distancia Tierra-Luna: 384.000 km
- Distancia Tierra-Sol: 150.000.000 km
- Diámetro de un átomo: 0,0000000001 m
- Superficie de la Tierra: 540 millones de km²
- Longitud del virus de la gripe: 0,000000022 m
- Peso de un estafilococo: 0,000001 g
- Un año luz: 950.000.000.000 km
- Distancia a la galaxia más lejana: 13.000 millones de años luz.

24) a) Calcula el número aproximado de glóbulos rojos que tiene una persona, sabiendo que tienen unos 4.500.000 por milímetro cúbico y que su cantidad de sangre es de unos 5 litros. Expresa el resultado en notación científica.

b) Calcula la longitud en metros que ocuparían todos esos glóbulos rojos puestos en fila, si su diámetro es de 0,0008 milímetros por término medio.

25) Sabiendo que 18g de agua contienen $6,022 \cdot 10^{23}$ moléculas de agua, expresa en notación científica la masa de una molécula de agua.

26) La longitud media de un paramecio es de $2 \cdot 10^{-4}$ m. Un cultivo de 250 cm³ contiene 6.000 paramecios por cm³.

¿Qué longitud en km se alcanzaría si se pudieran poner todos los paramecios en línea recta?

Realiza las operaciones y expresa el resultado final en notación científica.

27) El diámetro de una molécula de agua mide aproximadamente $3 \cdot 10^{-13}$ cm.

a) Calcula el volumen de una molécula de agua suponiendo que su forma es aproximadamente esférica y expresa el resultado en notación científica.

b) Calcula el número de moléculas de agua que hay en una gota de 6 mm de diámetro, expresando el resultado en notación científica.

28) Calcula, si existen, las siguientes expresiones:

$$a) \log_3 81 \quad b) \log_3(-9) \quad c) \log_{\sqrt{3}} 3 \quad d) \log_{\sqrt{2}} 8$$

$$e) \log_2 1/4 \quad f) \log_{125} 5 \quad g) \log_4 8\sqrt{2} \quad h) 2^{\log_2 8}$$

$$i) \log_2(\log_2 2) \quad j) \log_{0,2} \frac{\sqrt{5}}{25} \quad k) \log_{1/9} \left(\frac{\sqrt[4]{3}}{3}\right)$$

$$l) \log_2 64 - 5\log_3 \sqrt[3]{3} + \log_7 7^{10} - \log 1$$

$$m) \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9} - \log_5 0,2 + \log_6 \frac{1}{36} - \log_2 0,5$$

29) Expresa los siguientes logaritmos como cocientes de logaritmos decimales y halla sus valores con la calculadora:

$$a) \log_2 5 \quad b) \log_{0,3} 0,6 \quad c) \log_{0,25} \frac{2}{5}$$

$$d) \log_5 2 \quad e) \log_3 36 \quad f) \log_{2/3} \frac{4}{5}$$

30) Sabiendo que $\log 2 \approx 0,30$ y que $\log 3 \approx 0,47$, calcula:

$$a) \log 12 \quad b) \log 0,72$$

$$c) \log \frac{24}{5} \quad d) \log 3, \hat{3}$$



31) Hallar el valor de x en las siguientes expresiones, aplicando las propiedades de los logaritmos:

- a) $\log_x 7 = -2$ b) $\log_7(x^4) = 2$
 c) $\log_x 1000 = 3$ d) $\log_2 x = 3$
 e) $\log_x 32 = -5$ f) $\log x = -2$
 g) $\log 5^{2x} = 3$ h) $2^x = 5$
 i) $0,8^{-2x} = 4$ j) $\log x = \log 17 + \log 13$
 k) $\log x = \log 36 - \log 9$ l) $\log x = 3 \log 5$
 m) $\log x = \log 5 + 2 \log 15$ n) $\log x = 4 \log 2 - \frac{1}{2} \log 25$
 ñ) $\log x = 4 \log 3 + 3 \log 4$ o) $\ln x = \ln 3 - \frac{1}{2} \ln 9$

32) Calcula el valor de las siguientes expresiones, sin hacer uso de la calculadora:

- a) $\log_2 24 - \log_2 3$ b) $\log_3 45 - \log_3 3 - \log_3 15$
 c) $\frac{\log_3 36}{2} + \log_3 \frac{1}{2}$ d) $\log_6 3 + \log_6 4 + \log_6 18$
 e) $\frac{3 \log_2 48 - \log_2 27}{2}$ f) $2 \log_5 10 - \log_5 4$

33) Conociendo el valor aproximado de $\log 2 \approx 0,30$ calcula razonadamente (sin calculadora) los siguientes logaritmos:

- a) $\log 0,0002$ b) $\log \sqrt[3]{16}$
 c) $\log \sqrt{0,25}$ d) $\log 0,125$
 e) $\log \sqrt{\frac{5}{16}}$ f) $2 \log 625 - 10 \log 0,5$

34) Sabiendo que $\log_a x = \sqrt{3}$, calcular:

- a) $\log_a x^3$ b) $\log_x a$ c) $\log_{a^3} x$

35) Calcular sin usar la calculadora científica:

- a) $\log_5 3 \cdot \log_9 25$ b) $\log 5700 - \log 5^7$

36) Si llamamos $t = \log_5 N$, expresa en función de t :

- a) $\log_5 125N$ b) $\log_5 \frac{5}{N}$
 c) $\log_5 (625N^2)$ d) $\log_5 \sqrt[4]{N}$

37) Expresa como un solo logaritmo cada una de las siguientes expresiones:

- a) $2 \log_2 M - 3 \log_2 N$ b) $\frac{3}{4} \log M - \frac{2}{5} \log N$
 c) $\ln M + 2 \ln N - \ln P$ d) $\frac{2}{3} \ln M - \ln N - \frac{3}{2} \ln P$

38) Sabiendo que $\log a = 4$ y $\log b = -3$, halla razonadamente (sin calcular ni a ni b):

- a) $\log(a^2 \cdot b^3)$ b) $\log_b a$
 c) $\log \frac{10}{\sqrt{a}}$ d) $\log \left(\frac{b^6}{10a} \right)$
 e) $(\log a \cdot \log b)^2$ f) $\frac{\log \sqrt[4]{a}}{\log \sqrt[3]{b}}$

39) Aplica las propiedades de los logaritmos para desarrollar las siguientes expresiones:

- a) $\log \left(\frac{a^2 b^3}{c^4} \right)$ b) $\ln \left(\frac{\sqrt{a^3}}{b^2 c^{-4}} \right)$
 c) $\log_2 \left(\frac{a^4 b^3}{\sqrt[5]{c^2}} \right)$ d) $\ln \left(\frac{a \cdot b}{\sqrt{c}} \right)^3$

40) Explica si son verdaderas o falsas las siguientes igualdades. En los casos en que sean falsas, escribe las igualdades correctas:

- a) $\log a + \log b = \log(a+b)$ b) $\log a - \log b = \log(ab^{-1})$
 c) $\log \sqrt{a} = (\log a)^{1/2}$ d) $\log a^2 = \log a + \log a$
 e) $\log a \cdot \log a = \log a^2$ f) $\log_a b = -\log_b a$