

1) Factorizar los siguientes polinomios e indicar sus raíces:

- | | | | |
|---------------------------|------------------------------|--------------------------|-----------------------------------|
| a) $3x^2 - 12x - 15$ | b) $x^3 - 7x^2 + 7x + 15$ | c) $x^3 - 2x^2 - x + 2$ | d) $4x^3 - 8x^2 - 11x - 3$ |
| e) $-3x^2 + 2x + 1$ | f) $3x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 2x$ | g) $4x^2 - 4x + 1$ | h) $-x^3 + 3x^2 - 4$ |
| i) $x^2 - 2$ | j) $6x^3 + 7x^2 - 9x + 2$ | k) $x^3 - 3x^2 - 6x + 8$ | l) $3x^3 - x^2 - 7x + 5$ |
| m) $x^3 + 3x^2 - 4x - 12$ | n) $2x^4 - 5x^3 + 5x - 2$ | ñ) $x^3 - 3x + 2$ | o) $4x^4 - x^3 - 28x^2 + 31x - 6$ |
| p) $3x^2 - 3x - 18$ | q) $x^3 + x^2 - 37x + 35$ | r) $5x^2 + 5x - 30$ | s) $6x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 1$ |

2) Descomponer el polinomio $P(x) = 2x^3 + 3x^2 - \frac{x}{2} - \frac{3}{4}$, sabiendo que sus raíces son $\pm \frac{1}{2}$ y $-\frac{3}{2}$.

3) Escribe un polinomio $P(x)$ tal que : $P(0) = P(-2) = P(5) = 0$.

4) Calcula el valor de k para que el polinomio $P(x) = -3x^3 + x^2 - 2x + k$ sea divisible por $x + 2$.

5) Calcula el valor de a y b para que el polinomio $P(x) = 2x^4 + 2x^3 - 11x^2 + ax + b$ sea divisible por $x^2 + x - 6$.

6) En el polinomio $P(x) = x^n - 2x^{n/2} + x - 3$ el exponente n es un número par. Comprobar si es divisible por $x - 2$ y por $x - 3$.

7) Simplificar en lo posible, las siguientes fracciones algebraicas:

- | | | | |
|--|--|---------------------------------------|---|
| a) $\frac{2x^4 + x^3 - 11x^2 + 11x - 3}{2x^3 + 3x^2 - 8x + 3}$ | b) $\frac{x^4 - 8x^2 - 9}{x^3 - x^2 - 9x + 9}$ | c) $\frac{x^4 + 2x^3 + x^2}{x^3 - x}$ | d) $\frac{x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1}{x^3 - x^2 + x - 1}$ |
| e) $\frac{x^3 a^2 - a^2 - x^5 + x^2}{a^2 x^2 + x^2 - a^2 - x^4}$ | f) $\frac{(x^2 - 9)(y^2 - 16)}{xy(2x - 6)(y + 4)^4}$ | g) $\frac{xy - 3y + x - 3}{xy - 3y}$ | h) $\frac{x^4 - 1}{x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1}$ |

8) Efectuar las siguientes operaciones de adición, simplificando en lo posible el resultado:

- | | | | |
|--|--|---|--|
| a) $\frac{1}{x} + \frac{x}{x+1} + \frac{x^2}{x-1}$ | b) $\frac{4}{1+x} + \frac{x}{1-x^2} + \frac{x+1}{x-1}$ | c) $\frac{2x-5}{5x^2+13x-6} + \frac{2x}{x+3}$ | d) $\frac{9-13x-13x^2}{x^3+x^2-12x} + \frac{x-3}{x+4} + \frac{x+4}{x-3}$ |
|--|--|---|--|

9) Halla A y B para que se cumpla que:

$$\frac{3x+2}{(x-1)(x-2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2}$$

10) Determinar A , B y C para que se cumpla:

$$\frac{7x^2+7}{x^3-x^2-x-2} = \frac{Ax+B}{x^2+x+1} + \frac{C}{x-2}$$

11) Simplificar las siguientes expresiones:

- | | | | | |
|------------------------------------|----------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|--|
| a) $\frac{x}{1 - \frac{1-x}{1+x}}$ | b) $\frac{x - \frac{2}{x-1}}{x}$ | c) $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2}$ | d) $\frac{x}{1-x} + \frac{1+x}{x}$ | e) $\frac{x-2}{x-3} - \frac{x-3}{x-2}$ |
|------------------------------------|----------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|--|

12) Realiza las siguientes multiplicaciones, simplificando todo lo posible el resultado:

- | | |
|--|--|
| a) $\frac{x^2+5x+6}{x+3} \cdot \frac{x+1}{x^2+3x+2}$ | b) $\frac{x^2-5x-6}{x^2+3x} \cdot \frac{x+3}{6-x}$ |
|--|--|

13) Realiza las siguientes divisiones, simplificando todo lo posible el resultado:

a) $\frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 + 7x + 10} : \frac{x-4}{x+5}$ b) $\left(x^2 - x + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}\right) : \left(x - 1 + \frac{1}{x}\right)$

14) Efectuar las siguientes operaciones con fracciones algebraicas, simplificando en lo posible:

a) $\frac{5x^2}{3x+2} - \frac{x-1}{x+1} \cdot \frac{2}{3x+2}$ b) $\frac{x+1}{x+2} - \frac{3x-1}{x-2} \cdot \frac{5}{x+2}$ c) $\frac{x+5}{x^2-4} - \frac{2}{x+2} \cdot \frac{x+1}{x-1}$
 d) $\frac{6x-28}{x^2-x-6} : \left(\frac{4}{x+2} - \frac{1}{x-3}\right)$ e) $3 - 3\left(\frac{a+1}{2} - 1\right) + \left(\frac{3}{2} + a\right) \cdot 2$

15) Escribe ecuaciones de 2º grado cuyas soluciones sean las siguientes:

a) $x_1 = 4$, $x_2 = -3$ b) $x_1 = \frac{1}{3}$, $x_2 = \frac{3}{4}$
 c) $x_1 = 4 + \sqrt{2}$, $x_2 = 4 - \sqrt{2}$ d) $t_1 = -8$, $t_2 = -\frac{5}{8}$

16) Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $x^2 - 3x + 2 = 0$ b) $2x^2 + 7x - 15 = 0$ c) $x^2 + 2x = 2(x+1) + 3$
 d) $x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 0$ e) $x^2 - 4\sqrt{3}x + 9 = 0$ f) $(3x+4)^2 = 9(x-2)^2$
 g) $x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} = 0$ h) $\frac{x}{5} + \frac{1}{6} = x - 1$ i) $2x^2 + (2k+1)x + k = 0$

17) Resuelve las siguientes ecuaciones bicuadradas:

a) $3x^4 - 75x^2 = 0$ b) $x^4 - 9x^2 + 20 = 0$ c) $36x^4 - 13x^2 + 1 = 0$
 d) $9x^4 - 10x^2 + 1 = 0$ e) $x^4 - 81 = 0$ f) $x^2(x^2 - 1) = 16(x^2 - 1)$
 g) $x^2 - 3 = \frac{4}{x^2}$ h) $2(x+1)^4 - 8x^3 - 8(x+3) + 8 = 0$

18) Resuelve las siguientes ecuaciones polinómicas y racionales:

a) $2x^4 - x^3 - 3x - 18 = 0$ b) $x^3 - 2x^2 - 15x = 0$ c) $6x^4 + 13x^3 - 8x^2 - 17x + 6 = 0$
 d) $2x^4 + 5x^3 + x^2 - 2x = 0$ e) $(x+1)^3 - (x-1)^3 = 7$ f) $2x^4 - x^3 - 3x - 18 = 0$
 g) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} = \frac{7}{8}$ h) $\frac{2x}{3} + \frac{2x+3}{x-1} = \frac{11}{3x-3}$ i) $\frac{2x}{x-2} + \frac{3x}{x+2} = \frac{6x^2}{x^2-4}$
 j) $\frac{2x-1}{x+1} - \frac{x-7}{x-1} = 4 - \frac{3x-1}{x+2}$ k) $\frac{x+4}{x-4} - \frac{x-4}{x+4} = \frac{24}{x^2-16}$ l) $\frac{4}{x} + \frac{4}{x+2} = \log_2 8$

19) Resuelve las siguientes ecuaciones irracionales:

a) $\sqrt{x} + \sqrt{x+5} = 5$ b) $x - \sqrt{25 - x^2} = 1$ c) $\sqrt{3x+1} = \sqrt{2x} + 1$
 d) $\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} = -2$ e) $\sqrt{x-2} + \sqrt{x+1} = 3$ f) $\sqrt{x+3} - \sqrt{x-2} = \log 10$
 g) $\sqrt{x+4} - \sqrt{x-4} = \frac{x+1}{\sqrt{x+4}}$ h) $x^2 - \sqrt{3x^2 - 2} = 4$ i) $\frac{x-1}{\sqrt{x}} = x - \frac{5}{2}$
 j) $\sqrt{x-7} + \sqrt{2x} = \sqrt{x+1}$ k) $2 - 3\sqrt{x} = -x$ l) $\frac{2\sqrt{x}}{4 + \sqrt{x-5}} = \frac{4 - \sqrt{x-5}}{\sqrt{x-5}}$
 m) $3\sqrt{3x-1} = 2\sqrt{3(2x-1)}$ n) $\sqrt{x} + \sqrt{x+12} = \sqrt{8x+4}$

20) Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$a) x^4 - \frac{65}{4}x^2 + 4 = 0$$

$$b) x^3 + x(x-2) = 2$$

$$c) \frac{x^2 - x + 1}{x + 2} = 2x + 3$$

$$d) x^2 - 1 - 4x^2 - 1 + 3 = 0$$

$$e) 2\sqrt{x+1} - 3\sqrt{4x-3} + 5 = 0$$

$$f) \frac{1}{x+a} + \frac{1}{x-a} = \frac{1}{x^2 - a^2}$$

21) Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

$$a) 6 \cdot 9^{x-1} - 3^{x+1} = 27$$

$$b) 4^{\sqrt{x+1}} - 2^{2+\sqrt{x+1}} = 0$$

$$c) 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$$

$$d) 4^x + 12 = 2^{x+3}$$

$$e) 2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} = 7$$

$$f) 2^{3x-1} = \sqrt[4]{2}$$

$$g) 9^x - 6 \cdot 3^{x+1} + 81 = 0$$

$$h) 2^{2x+1} + 2^{x+2} = 16$$

$$i) e^{2x+1} - 2e^{x+1} + e = 0$$

$$j) 3^{2(x+1)} - 283^x + 3 = 0$$

$$k) 3^x + 3^{2-x} = 10$$

$$l) 2^{2x-1} = 3^x$$

$$m) 2 \cdot 10^{2x+4} + 3 \cdot 10^{x+2} = 5$$

$$3^{2x} - 3^{x-1} = 3^{x+1} - 1$$

$$n) 9^{x+2} + 3^{x+3} - 810 = 0$$

22) Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

$$a) \log 2 + \log(x-3) = \log \sqrt{2x}$$

$$b) 2 \log(x-3) - \log x = 1$$

$$c) 2 \log x - \log(x^2 - 16) = 2$$

$$d) 1 + \log x = \log 60 - \log(x+1)$$

$$e) \log x + \log 2x + \log 4x = -3$$

$$f) 2 \ln x - \ln(x+6) = 3 \ln 2$$

$$g) \log_2(x+2) + \log_2(1-3x) = 1 + \log_2(5x+7)$$

$$h) \log(x+3) - \log(x+1) = 1 - \log 5$$

$$i) \ln(5-x) - \ln(4-x) = \ln 2$$

$$j) \log(x^2 + 2x - 39) - \log(3x-1) = 1$$

$$k) 4 \log x - \log\left(x^2 - \frac{4}{5}\right) = \log 5$$

$$l) \log(x-1) - \log \sqrt{5-x} - \log \sqrt{5+x} = 0$$

$$m) \frac{\log(4+x) + \log(4-x)}{\log(3x+4)} = 2$$

$$n) \log 10^{\sqrt{20x+320}} = 10\sqrt{x}$$

23) Resuelve cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones no lineales:

$$a) \begin{cases} 8x = y^2 \\ 2x - y = 8 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} \sqrt{x+y} + y = x \\ 2x - y = 9 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x^2 + y^2 + 9x + 14 = 0 \\ y^2 = 16 + 4x \end{cases}$$

24) Resuelve los siguientes sistemas lineales:

$$a) \begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + y = 2 \\ y + z = 3 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + 3y - 2z = -1 \\ x + z = 2 \\ 2x + 5y = 8 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2x + y - z = 11 \\ 2x - 2y - z = 8 \\ x + y - z = 7 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 4x + y - 5z = 5 \\ 5x - y - z = 13 \\ 4x - 2y - 3z = 14 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} x + 2y - 2z = 2 \\ 3x - 3y + z = 14 \\ 5x - y - 2z = -15 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} x - y + 2z = 7 \\ 2x + y + 5z = 10 \\ x + y - 4z = -9 \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} 2x + 4y - z = 0 \\ 3x - 3y - 2z = -1 \\ 3x - 3y + 2z = 5 \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + 3y + 5z = 11 \\ x - 5y + 6z = 29 \end{cases}$$

$$i) \begin{cases} x + 4y - 8z = -8 \\ 4x + 8y - z = 14 \\ 8x - y - 4z = -10 \end{cases}$$

$$j) \begin{cases} 3x + 4y - z = 3 \\ 6x - 6y + 2z = -16 \\ x - y + 2z = -6 \end{cases}$$

25) Resuelve los siguientes sistemas:

$$a) \begin{cases} 2^x + 5^y = 9 \\ 2^{x+2} + 5^{y+1} = 4 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 3^x + 7^y = 16 \\ 3^{x-1} - 7^{y+2} = -340 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2 \log - 3 \log y = 5 \\ 3 \log x - \log y = 4 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} \log(x+y) - \log(x-y) = \log 5 \\ \frac{2^x}{2^y} = 2 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} x - y = 8 \\ \log_2 x - \log_2 y = 7 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} \log x + 3 \log y = 5 \\ \log x^2 y^{-1} = 3 \end{cases}$$

26) Las edades de una familia formadas por los padres y una hija suman 86 años. Halla la edad de cada uno de ellos sabiendo que la edad de la madre es el triple de la edad de la hija, y las edades del padre y de la hija difieren en 26 años.

27) La suma de las tres cifras de un número es 7. La cifra de las centenas es igual a la suma de la cifra de las decenas más el doble de la cifra de las unidades. Si se invierte el orden de las cifras, el número disminuye en 297 unidades. Calcula dicho número.

28) Se quieren elaborar lotes de tres tipos con programas informáticos. Cada lote del tipo A debe contener dos CD con programas de aplicaciones y tres CD con juegos. Cada lote de tipo B debe contener tres CD de aplicaciones y otros tres con juegos. Finalmente, cada lote de tipo C debe contener dos CD con aplicaciones y cuatro con juegos.

Se quiere elaborar un total de 100 paquetes y para ello se dispone de 260 CD de aplicaciones y 325 CD de juegos. ¿Cuántos lotes de cada tipo se deberán hacer si se quieren utilizar todas las existencias disponibles?

29) Una central lechera emplea partidas de 10.400 litros de leche que envasa en bricks de un litro de leche entera, semidesnatada o desnatada, obteniendo por la venta 5765 euros. Halla cuántos bricks de cada tipo envasa sabiendo que su precio es de 0,60; 0,55 y 0,50 euros respectivamente, y que además, el número de bricks de leche entera es el 60% del de semidesnatada y desnatada juntos.

30) Resuelve las siguientes inecuaciones y representa gráficamente la solución:

$$a) \frac{x}{100} - \frac{1}{1000} > 0$$

$$b) 6x + 2 \geq 4x - 10$$

$$c) -2x + 8 \leq 3 - 5x$$

$$d) 4x - 2(x - 3) > 7 + 3x$$

$$e) \frac{5x - 9}{3} > \frac{7x + 5}{2}$$

$$f) \frac{5x^2 - 6}{3} < 13$$

$$g) \frac{x + 3}{x + 1} < 0$$

$$h) \frac{2x + 3}{x - 1} > 1$$

$$i) \frac{x + 2}{x - 2} \leq 2$$

$$j) x^3 + 3x^2 \leq 0$$

$$k) \frac{x^2(x + 2)}{(x - 1)} \leq 0$$

$$l) x^3 - 2x^2 - 5x + 6 > 0$$

$$m) 8^{\frac{2}{3}} x^2 - 49^{\frac{1}{2}} x - \sqrt[5]{32} \leq 0$$

$$n) x^3 + 10x \leq 11x^2$$

$$\tilde{n}) (x - 1)(x + 4) < -6$$

$$o) \frac{3x - 6}{x - 1} > \log_x 1$$

$$p) \left(\frac{x}{x + 1} \right)^2 \geq 0$$

$$q) \frac{x^2 + 4x}{x - 2} > 0$$