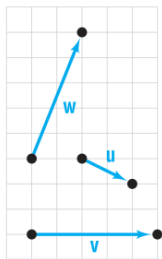


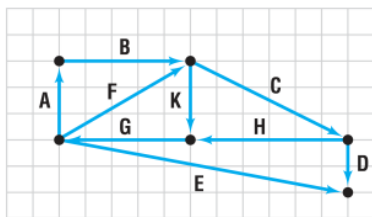
1) Dados los vectores de la figura, representa los siguientes vectores:

- a) $\vec{v} + \vec{w}$
- b) $\vec{u} + \vec{v}$
- c) $3\vec{u}$
- d) $-2\vec{v}$
- e) $\vec{v} - \vec{w}$
- f) $\vec{u} - \vec{v}$
- g) $3\vec{v} + 4\vec{u} - 2\vec{w}$
- h) $2\vec{u} - 3\vec{v} + \vec{w}$



2) En la siguiente figura determina cuales de las siguientes relaciones son ciertas o falsas:

- a) $\vec{A} + \vec{B} = \vec{F}$
- b) $\vec{K} + \vec{G} = \vec{F}$
- c) $\vec{C} = \vec{D} - \vec{E} + \vec{F}$
- d) $\vec{D} = \vec{G} + \vec{H} + \vec{E}$
- e) $\vec{E} + \vec{D} = \vec{G} + \vec{H}$
- f) $\vec{H} - \vec{C} = \vec{G} - \vec{F}$



3) Dados los vectores $\vec{v} = 3\vec{i} - 5\vec{j}$ y $\vec{w} = -2\vec{i} + 3\vec{j}$ hallar:

- a) $2\vec{v} + 3\vec{w}$
- b) $3\vec{v} - 2\vec{w}$
- c) $|\vec{v} - \vec{w}|$
- d) $|\vec{v} + \vec{w}|$
- e) $|\vec{v}| - |\vec{w}|$
- f) $|\vec{v}| + |\vec{w}|$
- g) $\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$
- h) $\frac{\vec{w}}{|\vec{w}|}$
- i) $|4\vec{v} - 3\vec{w}|$

4) Dados los puntos $P(1,0)$, $Q(5,7)$ y $M(0,1)$, calcular las coordenadas de un punto N sabiendo que $\vec{PQ} \perp \vec{MN}$.

5) Dados los vectores $\vec{a}(3,-2)$, $\vec{b}(-1,2)$ y $\vec{c}(0,5)$, calcular m y n de modo que $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$.

6) Demostrar que si dos vectores libres $\vec{u} = (u_1, u_2)$ y $\vec{v} = (v_1, v_2)$ son paralelos y $v_1, v_2 \neq 0$, entonces se cumple que:

$$\frac{u_1}{v_1} = \frac{u_2}{v_2}$$

7) Determina razonadamente si están alineados o no los puntos $A(-5,7)$, $B(3,-6)$ y $C(10,-18)$.

8) Sea $B = \{\vec{u}, \vec{v}\}$ una base del plano vectorial y sean los vectores: $\vec{a} = 3\vec{u} - 2\vec{v}$, $\vec{b} = \vec{u} + \vec{v}$, $\vec{c} = -2\vec{u} + 3\vec{v}$

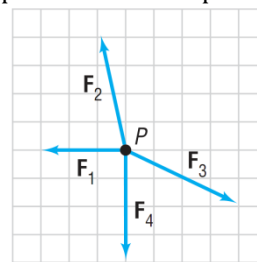
Expresar:

- a) \vec{c} como combinación lineal de \vec{a} y \vec{b} .
- b) \vec{a} como combinación lineal de \vec{b} y \vec{c} .
- c) \vec{b} como combinación lineal de \vec{a} y \vec{c} .

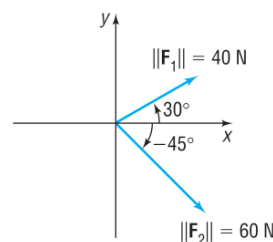
9) Dados los vectores cuyas coordenadas en una base ortonormal son $\vec{u} = (2,-3)$ y $\vec{v} = (-1,3)$, calcula el módulo del vector resultante de la siguiente combinación lineal:

$$\vec{w} = 103\vec{u} + \frac{151}{3}\vec{v}$$

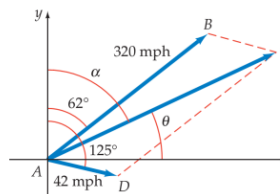
10) Dibujar en el siguiente gráfica la fuerza que es necesario aplicar para mantener al punto P en equilibrio.



11) Dos fuerzas de magnitud 40 Newtons (N) y 60 N actúan sobre un objeto con ángulos de 30° y -45° con la parte positiva del eje x como se muestra en la figura. Hallar la dirección y la magnitud de la fuerza resultante.



12) Un aeroplano está viajando a una velocidad de 320 millas por hora formando con la vertical de despegue un ángulo de 62° . Un viento de 42 millas por hora está soplando de frente con un ángulo de 125° . Hallar la velocidad a que se aleja el avión y el ángulo θ que forma su dirección.



13) Calcular el ángulo que forman los siguientes vectores:

- a) $\vec{u} = (1,4)$, $\vec{v} = (-4,1)$
- b) $\vec{x} = (3,1)$, $\vec{y} = (1,2)$
- c) $\vec{a} = (\sqrt{3},1)$, $\vec{b} = (1,\sqrt{3})$

14) En una base ortonormal $B = \{\vec{i}, \vec{j}\}$ se tiene que

$$\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j}, \vec{b} = x\vec{i} + 2\vec{j}. \text{ Hallar } x \text{ para que:}$$

- a) Los vectores \vec{a} y \vec{b} sean perpendiculares.
- b) El módulo de \vec{b} sea $\sqrt{8}$.
- c) \vec{a} y \vec{b} no formen una base.

15) Sean \vec{u} y \vec{v} dos vectores tales que $|\vec{u}| = 9$ y $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v}) = 17$. Calcula el módulo de \vec{v} .

16) Hallar un vector de módulo 5 que sea paralelo al vector $\vec{v} = 36\vec{i} - 27\vec{j}$.

17) Dado el triángulo ABC de vértices $A = (1,2)$, $B = (3,6)$ y $C = (4,3)$. Determina que clase de triángulo es según sus lados (equilátero, isósceles o escaleno) y según sus ángulos (acutángulo, rectángulo u obtusángulo).

18) Halla un par de vectores unitarios de igual dirección que el vector $\vec{u} = -12\vec{i} + 5\vec{j}$.

19) Hallar las coordenadas de cuatro vectores que sean perpendiculares a $\vec{v} = (6, -2)$.

20) Hallar el valor o valores de b para que los vectores $\vec{x} = (3, b)$ e $\vec{y} = (2, -1)$:

- Sean ortogonales.
- Sean paralelos.
- Formen un ángulo de 45° .

21) Los puntos $A(-1, -2)$, $B(1, 1)$ y $C(4, 0)$ son tres vértices consecutivos de un paralelogramo. Calcula vectorialmente las coordenadas del otro vértice.

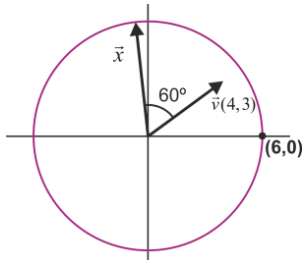
22) El triángulo ABC es rectángulo en A , siendo sus vértices los puntos $A(3, 5)$, $B(1, 3)$ y $C(n, 10)$. Hallar el valor de n y el área del triángulo.

23) Sea un rectángulo $ABCD$ de dimensiones $AB=8\text{cm}$ y $BC=5\text{cm}$. Hallar el producto escalar de los vectores $\vec{m} = \overline{AB}$ y $\vec{n} = \overline{AC}$.

24) Dos vectores \vec{a} y \vec{b} cuyos módulos son $|\vec{a}|=8$ y $|\vec{b}|=11$ forman un ángulo de 120° . Calcular el módulo del vector suma $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$.

25) Dados los puntos $A(2, 1)$, $B(6, 3)$, $C(7, 1)$ y $D(3, -1)$ demostrar que el polígono $ABCD$ es un rectángulo y halla su perímetro y su área.

26) Hallar las coordenadas del vector \vec{x} de la figura



27) Si $|\vec{u}|=2$, $|\vec{v}|=3$ y ambos forman un ángulo de 30° , calcular el módulo del vector $\vec{u} - 2\vec{v}$.

28) Dados los vectores \vec{u} y \vec{v} , indica razonadamente el ángulo que forman si se sabe que $\vec{u} \cdot \vec{v} = -|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|$.

29) Demuestra que si el vector \vec{u} es perpendicular a los vectores \vec{v} y \vec{w} , también es perpendicular a cualquier combinación lineal de ellos.

30) Demostrar el teorema de Pitágoras usando vectores, llamando \vec{u} y \vec{v} a los catetos, identificando la hipotenusa y calculando los módulos correspondientes.

31) Halla el ángulo que forman los vectores \vec{u} y \vec{v} , sabiendo que $|\vec{u}|=4$, $|\vec{v}|=6$ y $|\vec{u} + \vec{v}|=7$.

32) Considera el cuadrilátero de vértices $A(-4, 2)$, $B(2, 1)$, $C(7, 5)$ y $D(1, 6)$.

- Halla su perímetro.
- Demuestra que es un paralelogramo.
- Prueba que la suma de sus ángulos interiores es 360° .

33) Se llama argumento de un vector al ángulo que éste forma con la parte positiva del eje horizontal.

Halla el valor de n para que el argumento α del vector sea el indicado en cada caso:

- $\vec{a} = (-1, n)$, $\alpha = 180^\circ$
- $\vec{b} = (n, -2)$, $\alpha = 225^\circ$
- $\vec{c} = (3, n)$, $\alpha = 60^\circ$
- $\vec{d} = (-1, n)$, $\alpha = 150^\circ$

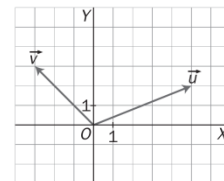
34) Dados los vectores de la figura:

a) Determinar las coordenadas de \vec{u} y \vec{v} respecto a la base canónica.

b) Halla $|\vec{u}|$, $|\vec{v}|$, $|\vec{u} + \vec{v}|$.

c) Halla $\vec{u} \cdot \vec{v}$

d) Halla la proyección de \vec{u} sobre \vec{v} .



e) Calcula el ángulo que forman los vectores \vec{u} y \vec{v} .

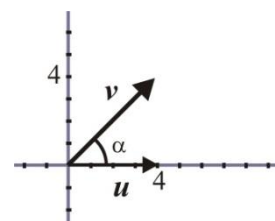
f) Encuentra un vector unitario en la dirección y sentido del vector \vec{u} .

g) Halla un vector ortogonal a \vec{u} de modulo unidad.

35) Sea $B = \{\vec{u}, \vec{v}\}$ la base que se indica en la figura y sea

\vec{a} , un vector libre cuyas coordenadas en dicha base son $(-1, 2)$. Hallar:

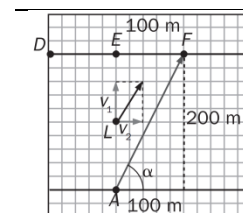
- El producto $\vec{u} \cdot \vec{v}$ de dos formas distintas.
- Un vector unitario (referido a la base ortonormal) que tenga la misma dirección y el mismo sentido que el vector \vec{a} .



36) Sean A, B, C y D cuatro puntos arbitrarios del plano. Demuestra que siempre se verifica:

$$\overline{AB} \cdot \overline{CD} + \overline{AC} \cdot \overline{DB} + \overline{AD} \cdot \overline{BC} = 0$$

37) Luis se lanza al agua desde el punto A con intención de llegar al embarcadero que se encuentra situado al otro lado del río, a 200 m, en perpendicular a la corriente desde el punto A. Observa que, por mucho esfuerzo que hace, y nadando a una velocidad de 3 km/h, no puede llegar al embarcadero, sino a un árbol que se encuentra a 100 m del embarcadero. ¿Qué velocidad tiene la corriente del río? ¿Cuántos metros nadó en realidad? ¿Qué tendría que haber hecho para llegar con seguridad al embarcadero?



38) Sea AB un segmento de longitud m y M su punto medio. Si P es un punto cualquiera del plano y d es su distancia a M , demuestra que se cumple: $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = d^2 - \left(\frac{m}{2}\right)^2$

